Quadratische Funktionen

Quadratische Funktionen

Das kennen wir bereits aus dem vergangenen Unterricht:

Funktionen, deren Graph eine Gerade darstellen, nennen wir lineare Funktionen.

Sie haben die allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Funktionen, deren Graph eine Gerade darstellen, nennen wir **lineare Funktionen.**

Sie haben die allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Faktor, mit dem x multipliziert werden soll

Abstand vom Nullpunkt

Funktionen, deren Graph eine Gerade darstellen, nennen wir lineare Funktionen.

Sie haben die allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Steigung

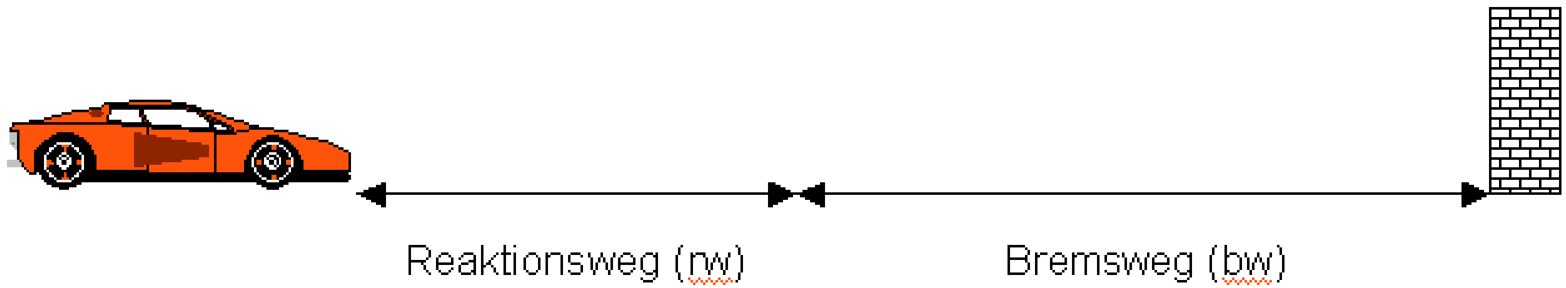
y-Achsen-Abschnitt

[redacted]

Quadratische Funktionen

Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

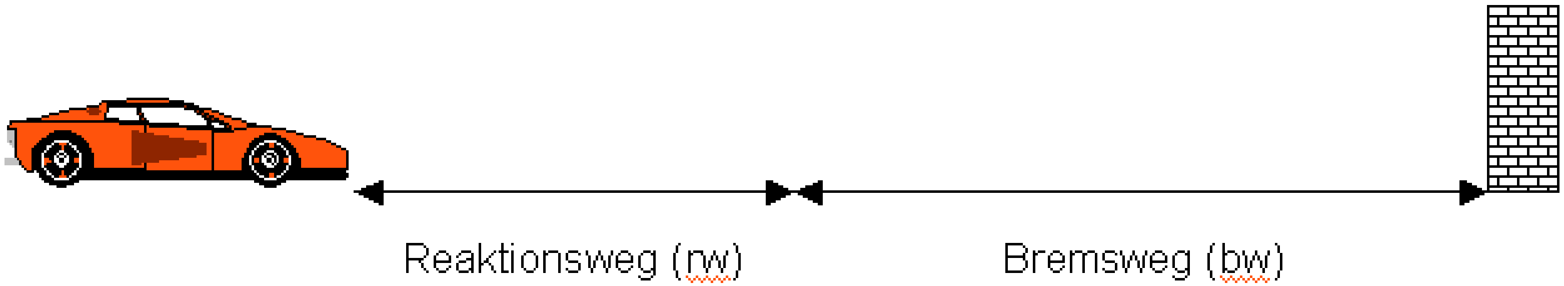
Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



Quadratische Funktionen

Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



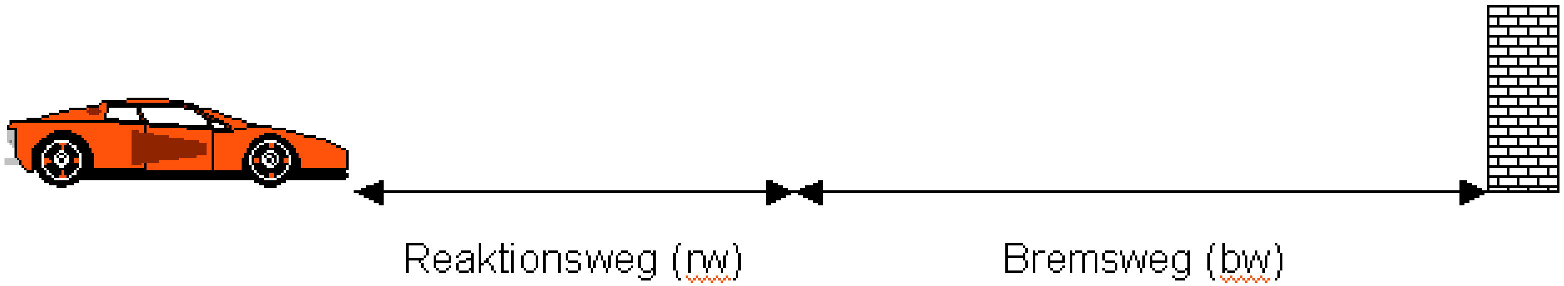
Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

$$\text{rw} = \mathit{Geschwindigkeit} \cdot \frac{3}{10}$$

Quadratische Funktionen

Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

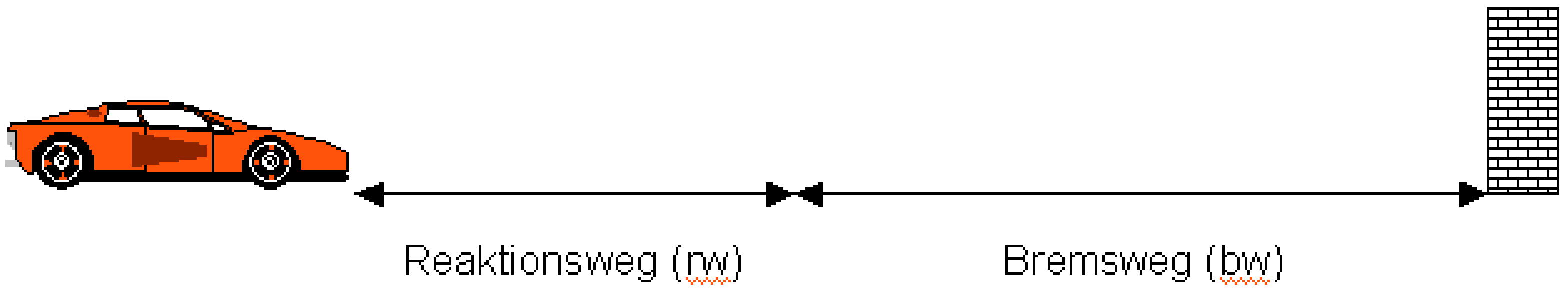
$$rw = Geschwindigkeit \cdot \frac{3}{10}$$

Lineare Funktion

Quadratische Funktionen

Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

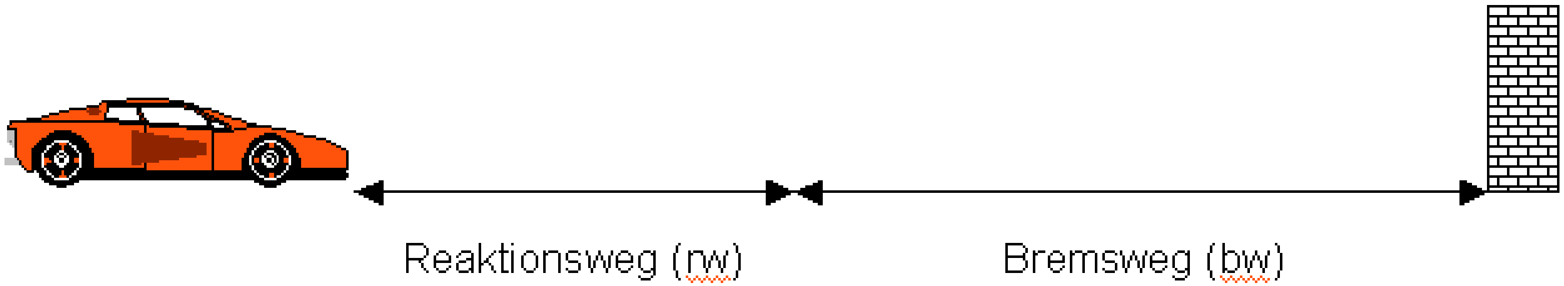
$$rw = Geschwindigkeit \cdot \frac{3}{10} \qquad bw = \left(\frac{Geschwindigkeit}{10}\right)^2$$

Lineare Funktion

Quadratische Funktionen

Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

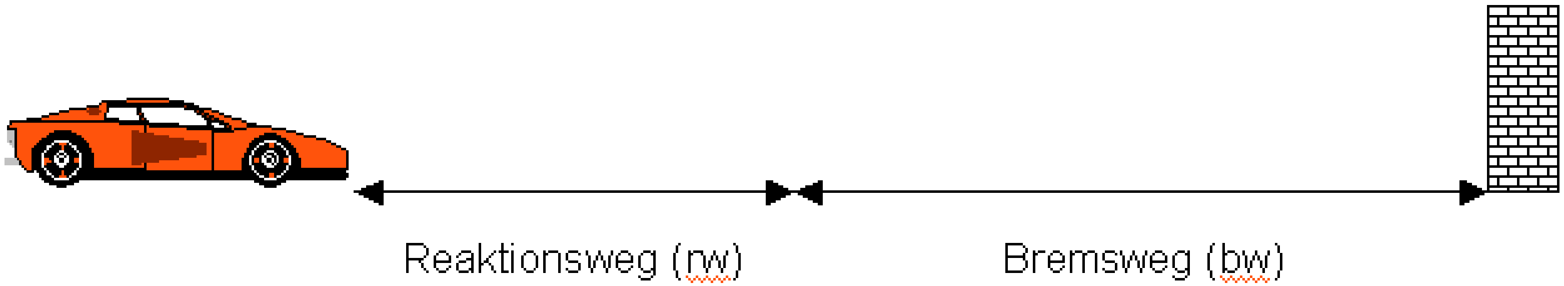
$$\text{rw} = \mathit{Geschwindigkeit} \cdot \frac{3}{10} \qquad \text{bw} = \left(\frac{\mathit{Geschwindigkeit}}{10}\right)^2$$

Lineare Funktion **Quadratische Funktion**

Quadratische Funktionen

Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

$$\text{rw} = \mathit{Geschwindigkeit} \cdot \frac{3}{10} \qquad \text{bw} = \left(\frac{\mathit{Geschwindigkeit}}{10}\right)^2$$

Diese Formeln lassen sich als lineare bzw. quadratische Funktion darstellen, wobei die Variable x die Geschwindigkeit abbildet:

$$y = \frac{3}{10}x \quad \textbf{(linear)} \qquad y = \frac{1}{100}x^2 \quad \textbf{(quadratisch)}$$

Quadratische Funktionen

Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Steigung y-Achsen-Abschnitt

$$y = x^2$$

Normalparabel
(einfachste Form)

Quadratische Funktionen

Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Steigung (m) y-Achsen-Abschnitt (b)

$$y = x^2$$

Normalparabel
(einfachste Form)

Die beiden Funktionsarten haben unterschiedliche Bilder (Graphen).

Quadratische Funktionen

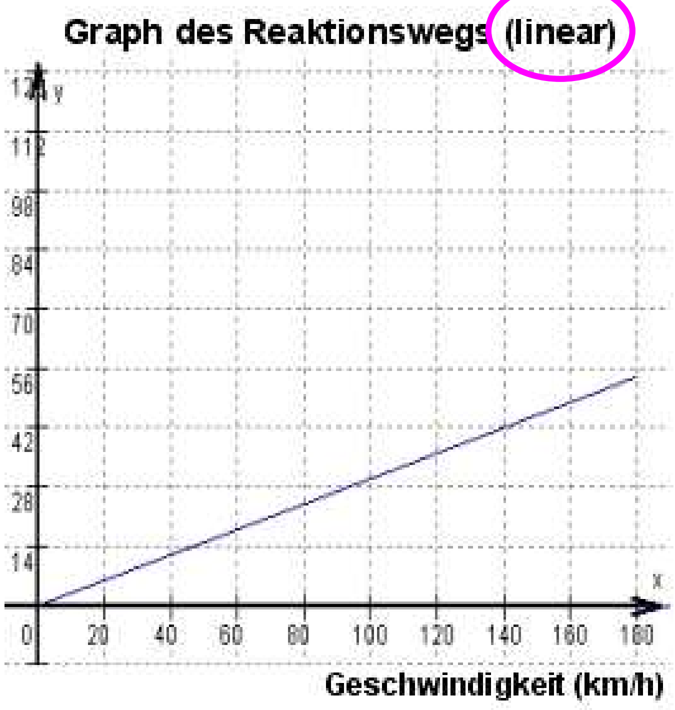
Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:

$$y = \underbrace{m}_{\text{Steigung}} x + \underbrace{b}_{\text{y-Achsen-Abschnitt}}$$

$$y = x^2$$

Normalparabel
(einfachste Form)

Die beiden Funktionsarten haben unterschiedliche Bilder (Graphen).



Quadratische Funktionen

Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:

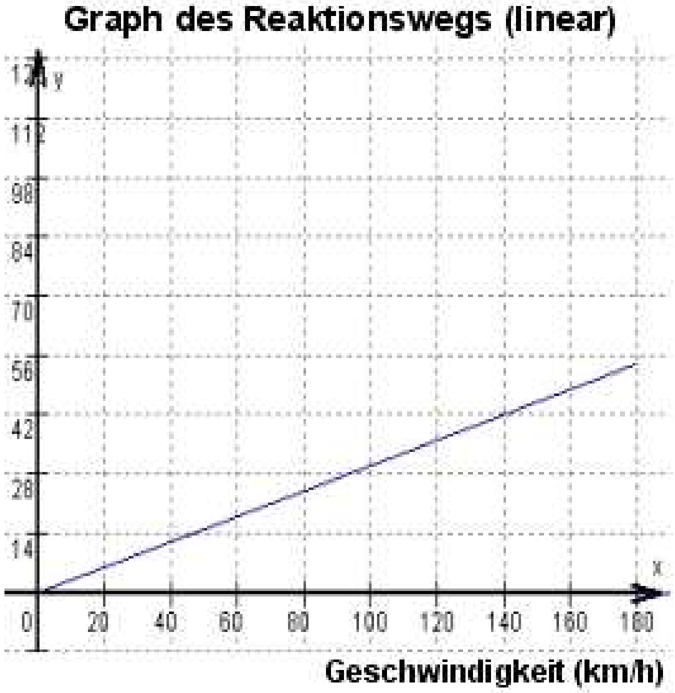
$y = mx + b$

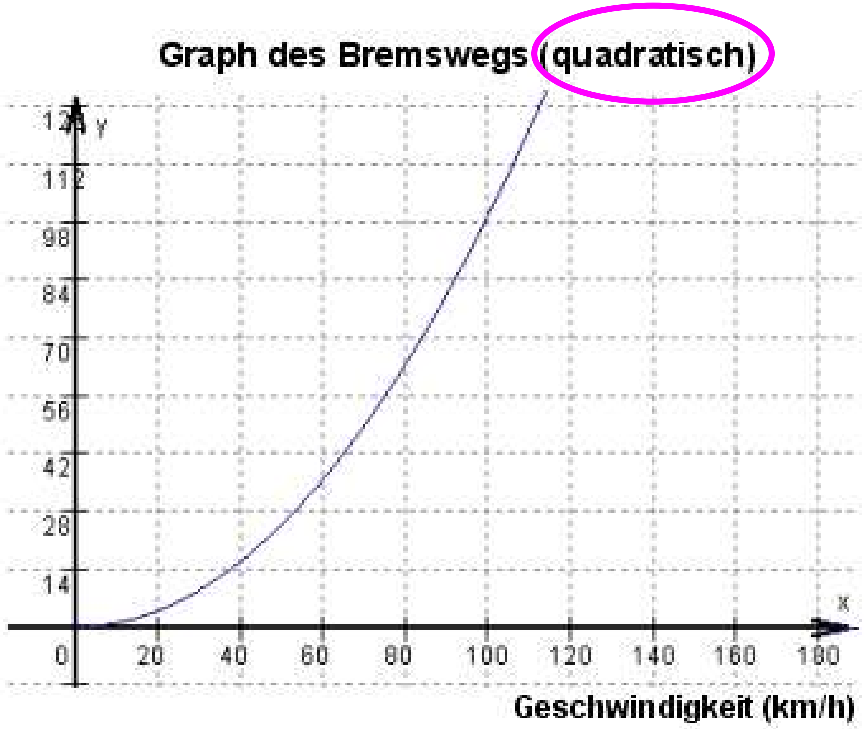
Steigung (m) y-Achsen-Abschnitt (b)

$y = x^2$

Normalparabel
(einfachste Form)

Die beiden Funktionsarten haben unterschiedliche Bilder (Graphen).



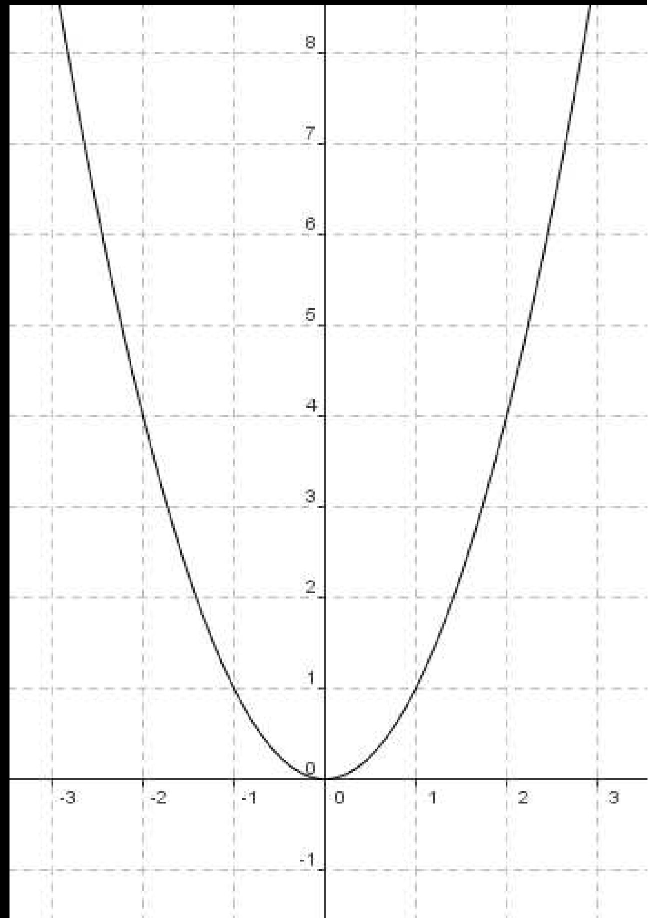


Quadratische Funktionen

Das Bild der quadratischen Funktion

Der Graph der quadratischen Funktion **$y = x^2$** ist eine Parabel, die zur y-Achse symmetrisch ist. **(Normalparabel)**

Der Scheitelpunkt liegt bei S (0/0).



Quadratische Funktionen

Verschiebung entlang der y-Achse:

$f(x) = x^2 + 2$

Quadratische Funktionen

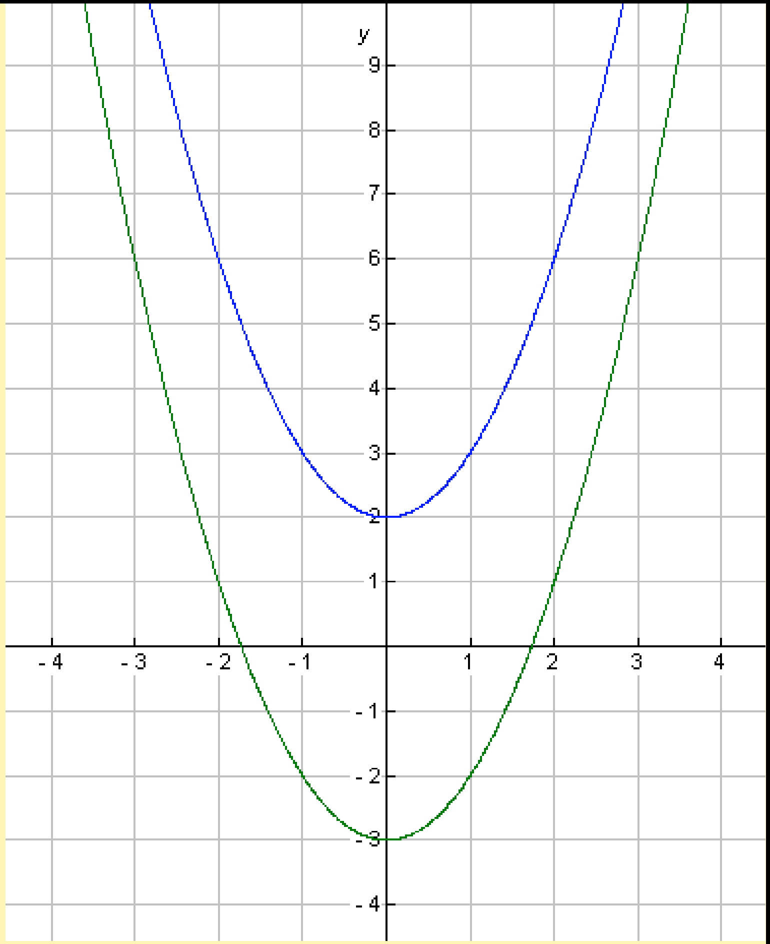
Verschiebung entlang der y-Achse:

$f(x) = x^2 + 2$

Die letzte Zahl gibt die Verschiebung entlang der y-Achse an.

Das heißt:

$f(x) = x^2 + 2 \quad \Rightarrow \quad S\,(0 \mid +2)$



Quadratische Funktionen

Verschiebung entlang der y-Achse:

$f(x) = x^2 + 2$

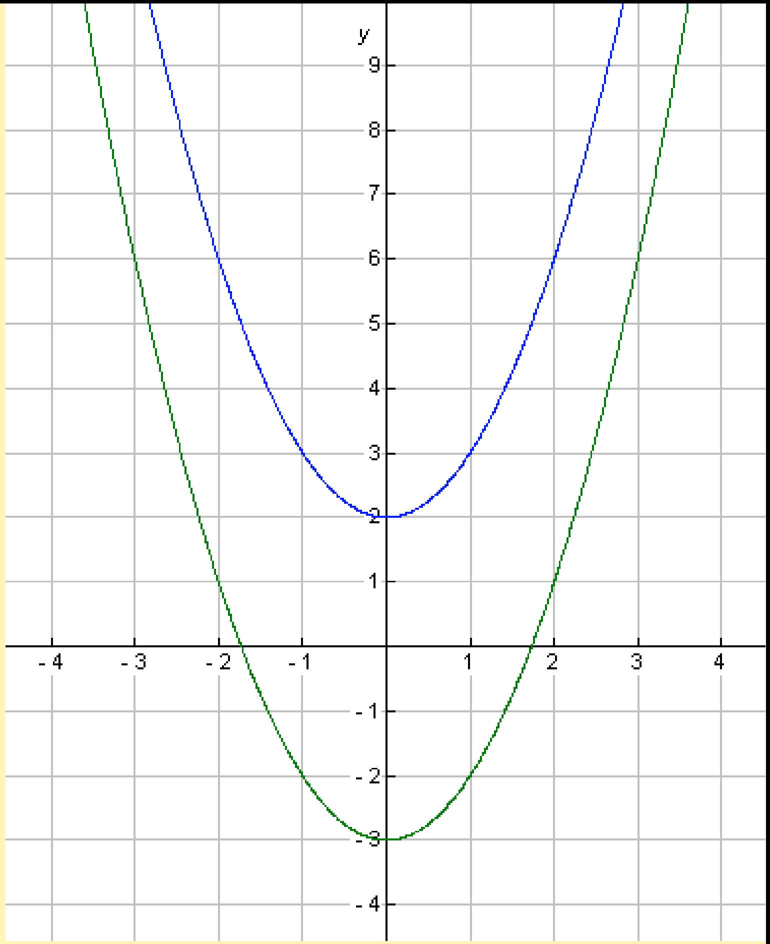
$f(x) = x^2 - 3$

Die letzte Zahl gibt die Verschiebung entlang der y-Achse an.

Das heißt:

$f(x) = x^2 + 2 \quad \Rightarrow \quad S\,(0 \mid +2)$

$f(x) = x^2 - 3 \quad \Rightarrow \quad S\,(0 \mid -3)$



Quadratische Funktionen

Verschiebung entlang der x-Achse:

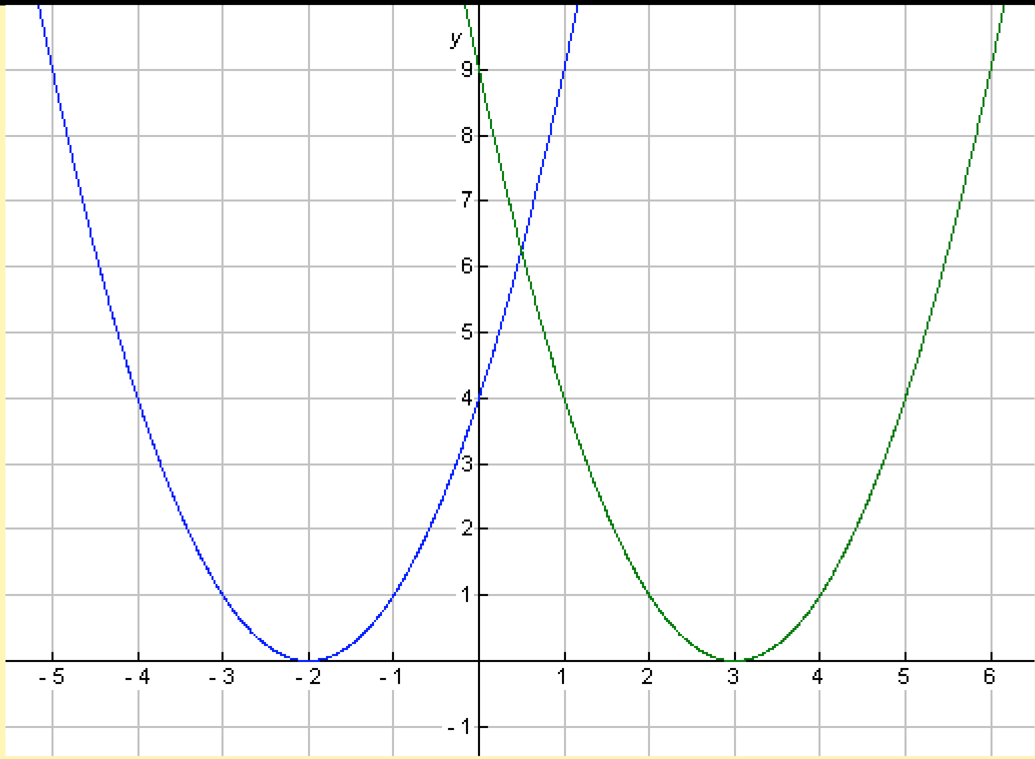
$f(x) = (x + 2)^2$

?

Quadratische Funktionen

Verschiebung entlang der x-Achse:

$f(x) = (x + 2)^2$



Die Zahl in der Klammer gibt die Verschiebung entlang der x-Achse an.

[Achtung: Vorzeichenwechsel!!]

Das heißt:

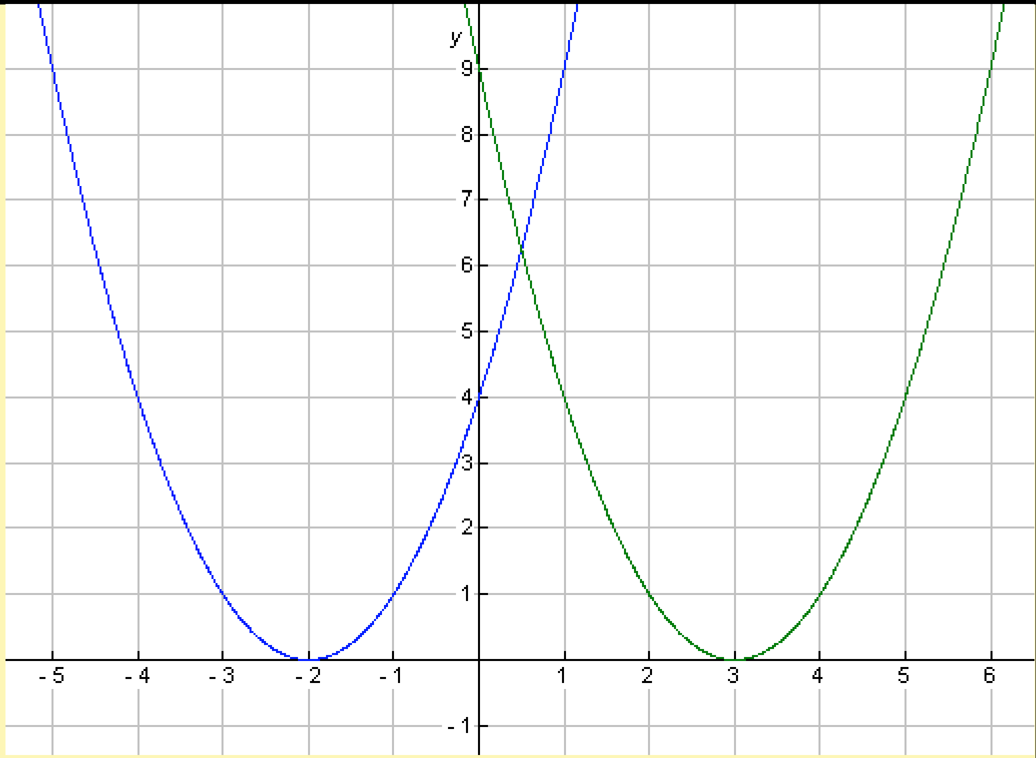
$f(x) = (x + 2)^2 \quad \Rightarrow \quad S\,(-2 \mid 0)$

Quadratische Funktionen

Verschiebung entlang der x-Achse:

$f(x) = (x + 2)^2$

$f(x) = (x - 3)^2$



Die Zahl in der Klammer gibt die Verschiebung entlang der x-Achse an.

[Achtung: Vorzeichenwechsel!!]

Das heißt:

$f(x) = (x + 2)^2 \quad \Rightarrow \quad S\,(-2 \mid 0)$

$f(x) = (x - 3)^2 \quad \Rightarrow \quad S\,(+3 \mid 0)$

Quadratische Funktionen

Kombination der Verschiebungen:

$f(x) = (x + 1)^2 + 3$

?

Quadratische Funktionen

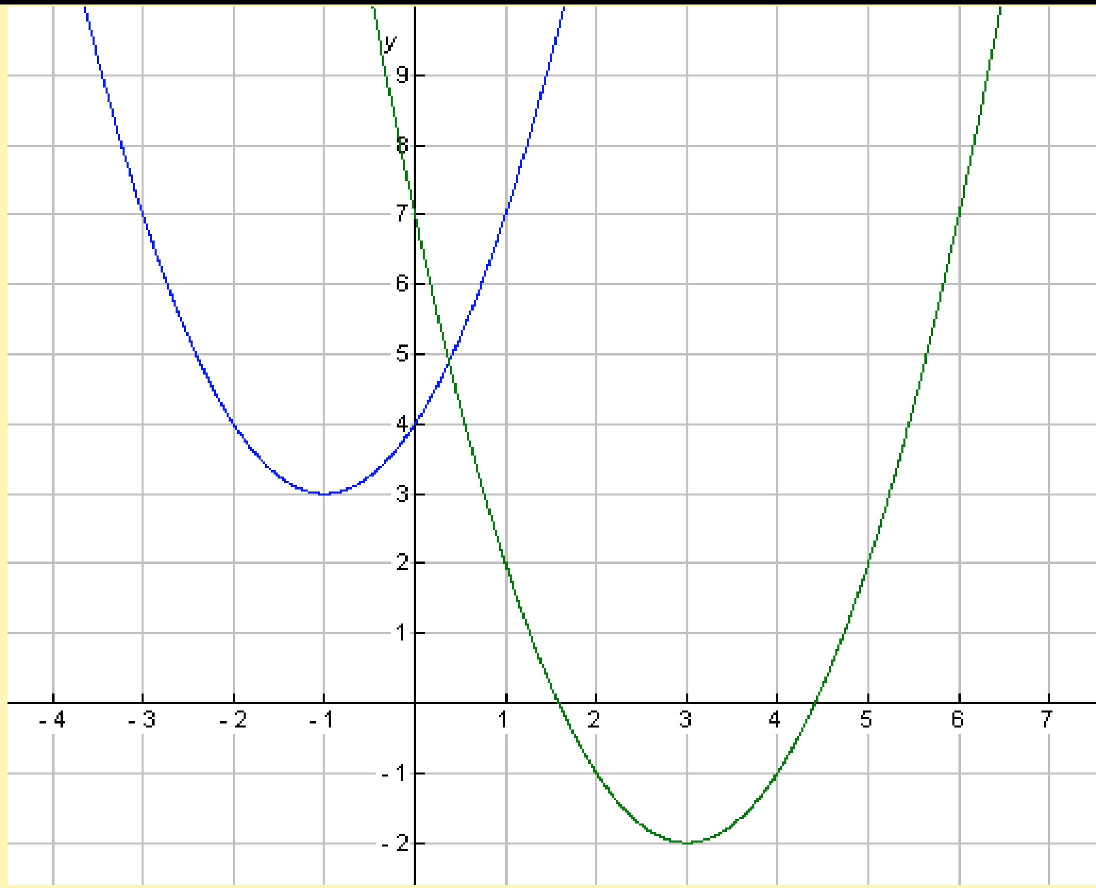
Kombination der Verschiebungen:

$f(x) = (x + 1)^2 + 3$

Das heißt:

$f(x) = (x + 1)^2 + 3$

$\Rightarrow \quad S(-1 \mid 3)$

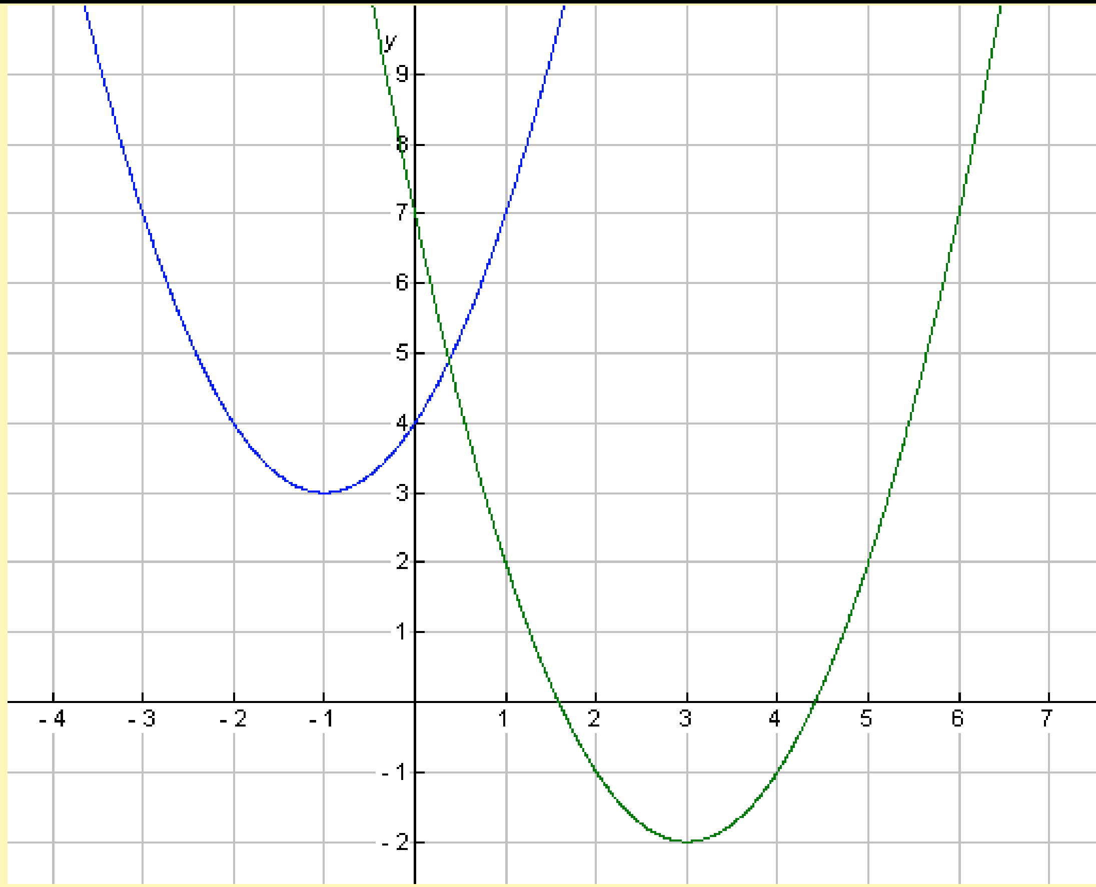


Quadratische Funktionen

Kombination der Verschiebungen:

$f(x) = (x + 1)^2 + 3$

$f(x) = (x - 3)^2 - 2$



Das heißt:

$f(x) = (x + 1)^2 + 3$

$\Rightarrow \quad S\,(-1 \mid 3)$

$f(x) = (x - 3)^2 - 2$

$\Rightarrow \quad S\,(+3 \mid -2)$

Quadratische Funktionen

Formveränderung der Parabel:

$f(x) = 3x^2$

?

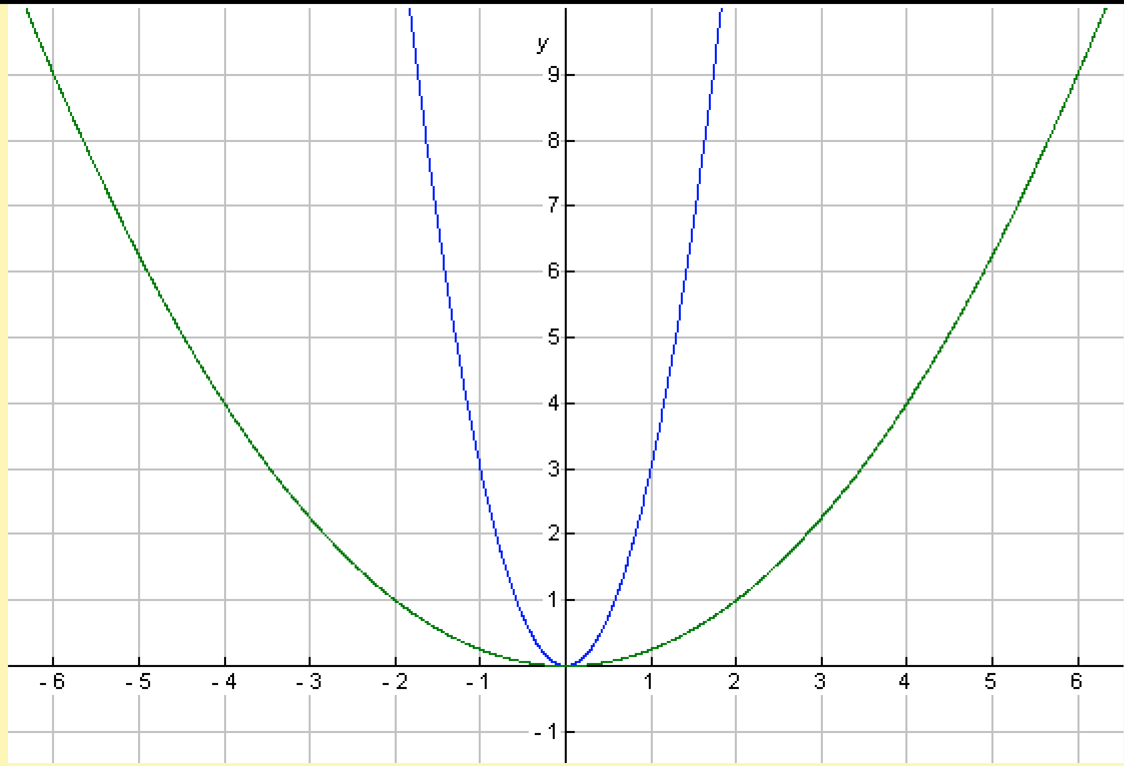
Quadratische Funktionen

Formveränderung der Parabel:

$f(x) = 3x^2$

Das heißt:

Die Parabel ist **gestreckt.**



Quadratische Funktionen

Formveränderung der Parabel:

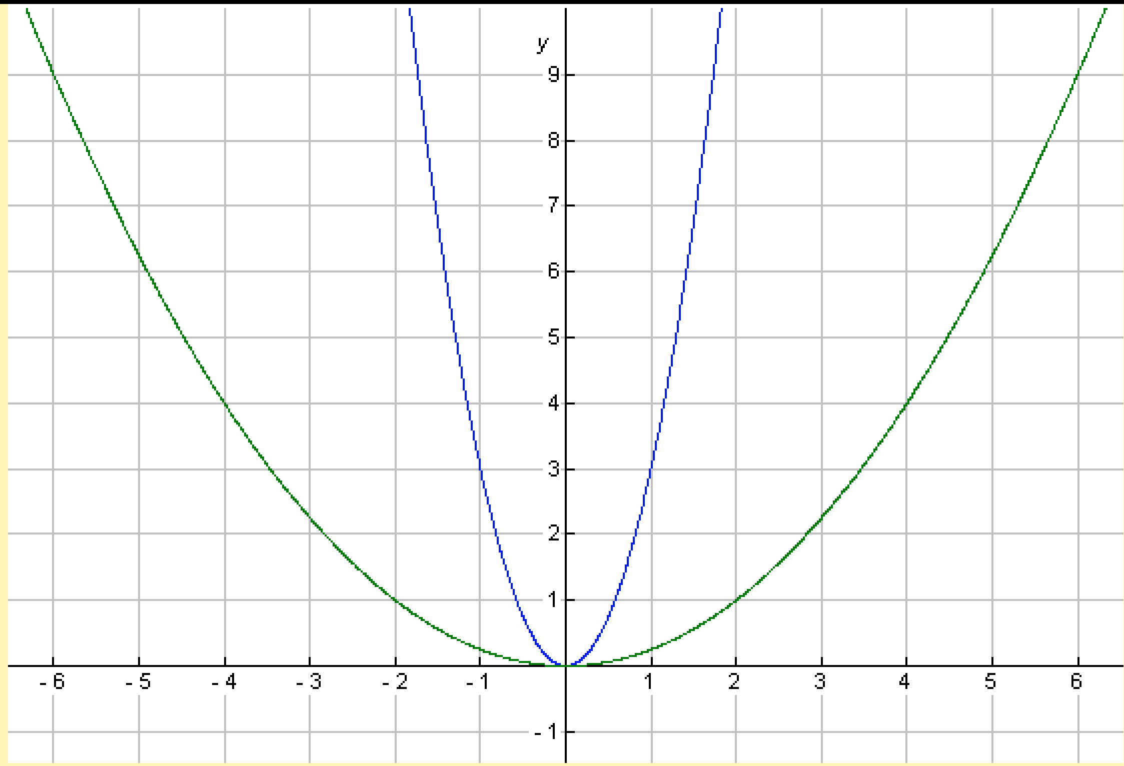
$f(x) = 3x^2$

$f(x) = 0{,}25x^2$

Das heißt:

Die Parabel ist **gestreckt.**

Die Parabel ist **gestaucht.**

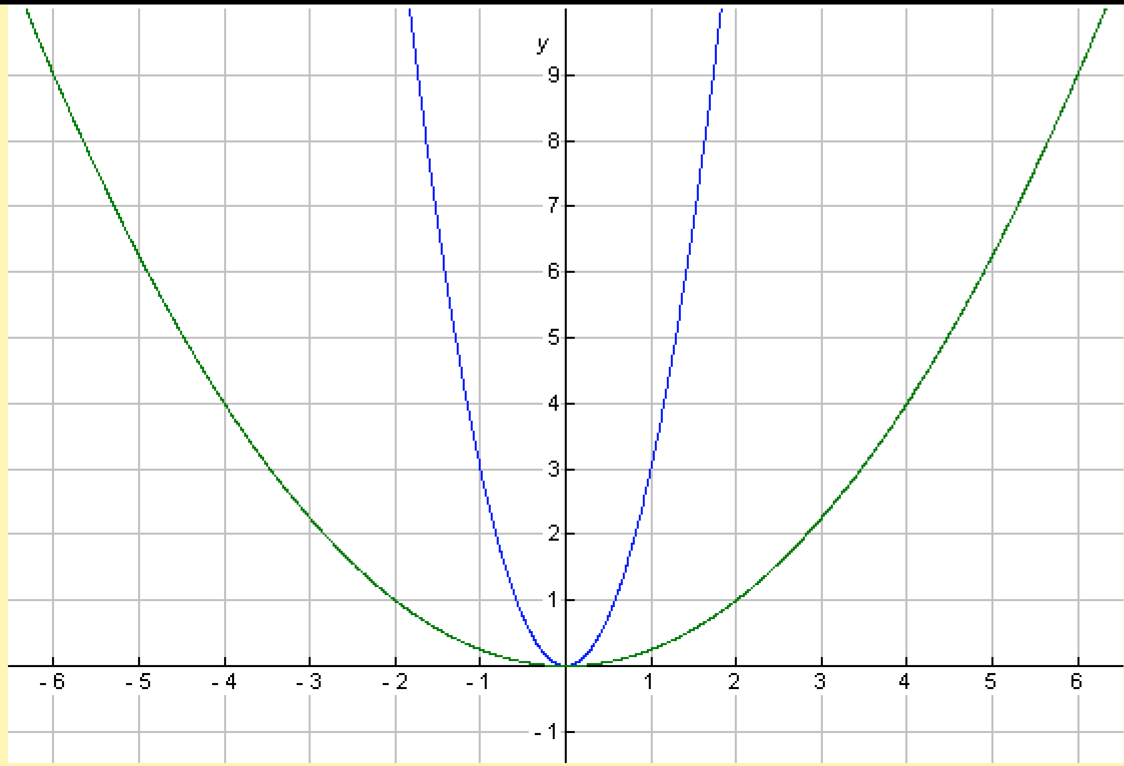


Quadratische Funktionen

Formveränderung der Parabel:

$f(x) = 3x^2$

$f(x) = 0,25x^2$



Das heißt:

Die Parabel ist **gestreckt.**

Die Parabel ist **gestaucht.**

Es gilt:	(a)	$a > 0$	$\Rightarrow$	die Parabel ist gestreckt (schmal)
	(b)	$a = 1$	$\Rightarrow$	Normalparabel
	(c)	$0 < a < 1$	$\Rightarrow$	die Parabel ist gestaucht (breit)

Quadratische Funktionen

Wie sieht die Parabel aus, wenn der Faktor vor x^2 negativ ist?

Beispiele:	(a)	$y = -3\,x^2$
	(b)	$y = -1\,x^2$
	(c)	$y = -0{,}5\,x^2$

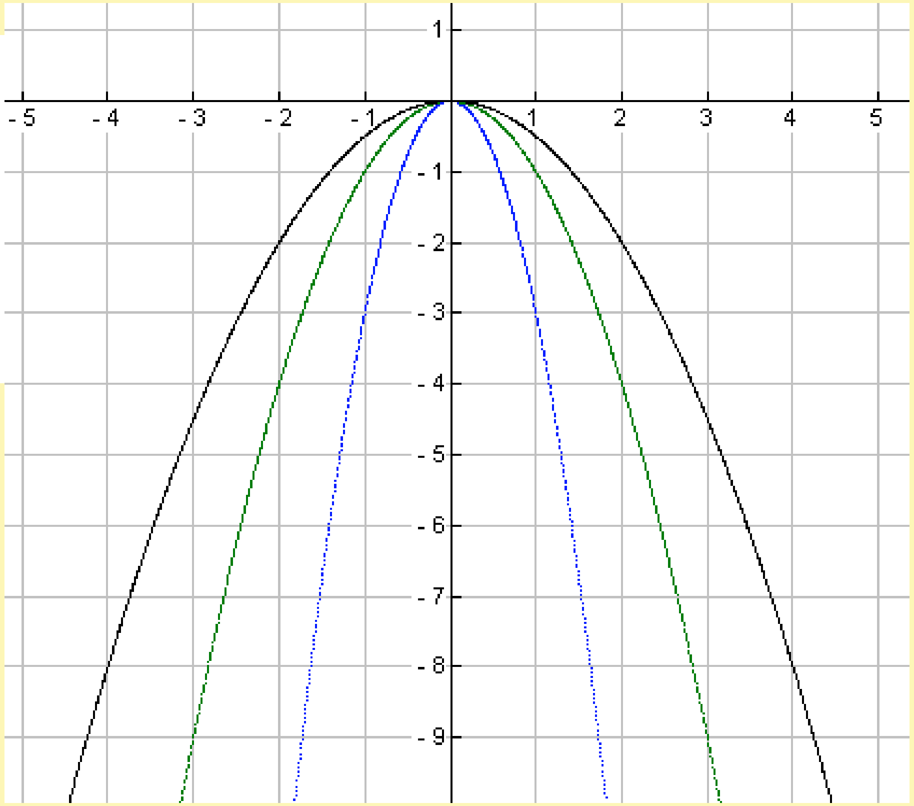
Quadratische Funktionen

Wie sieht die Parabel aus, wenn der Faktor vor x² negativ ist?

Beispiele: (a) $y = -3\,x^2$

(b) $y = -1\,x^2$

(c) $y = -0{,}5\,x^2$



Die Parabel steht „auf dem Kopf".

Quadratische Funktionen

Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

$$y = \pm a\ (x \pm p)^2 \pm v$$

Stauchung / Streckung

Verschiebung oben / unten

Öffnung nach oben / unten

Verschiebung rechts / links

Quadratische Funktionen

Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

$$y = \pm a\ (x \pm p)^2 \pm v$$

Beispiel: $y = 2\,(x + 4)^2 - 3$

Stauchung / Streckung

Öffnung nach oben / unten

Verschiebung rechts / links

Verschiebung oben / unten

Quadratische Funktionen

Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

$$y = \pm a\ (x \pm p)^2 \pm v$$

Stauchung / Streckung

Öffnung nach oben / unten

Verschiebung rechts / links

Verschiebung oben / unten

Beispiel: $y = 2\,(x + 4)^2 - 3$

Streckung; Öffnung nach oben

Verschiebung um 4 E nach links (!)

Verschiebung um 3 E nach unten

Quadratische Funktionen

Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

$$y = \pm a\ (x \pm p)^2 \pm v$$

Stauchung / Streckung

Öffnung nach oben / unten

Verschiebung rechts / links

Verschiebung oben / unten

Beispiel: $y = 2\,(x + 4)^2 - 3$

Streckung; Öffnung nach oben

Verschiebung um 4 E nach links (!)

Verschiebung um 3 E nach unten

Hieraus ergibt sich der **Scheitelpunkt:**

S (- p / v)

?

Quadratische Funktionen

Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

$$y = \pm a \; (x \pm p)^2 \pm v$$

Stauchung / Streckung

Öffnung nach oben / unten

Verschiebung rechts / links

Verschiebung oben / unten

Beispiel: $y = 2\,(x + 4)^2 - 3$

Streckung; Öffnung nach oben

Verschiebung um 4 E nach links (!)

Verschiebung um 3 E nach unten

Hieraus ergibt sich der **Scheitelpunkt:**

$S\,(-p \,/\, v)$

$S\,(-4 \,/\, -3)$

Quadratische Funktionen

Wir bestimmen den Scheitelpunkt:

$f(x) = 3\ (x+7)^2 + 3$

$f(x) = 0{,}6\ x^2 - 2$

$f(x) = -8\ (x - 2)^2 + 2{,}4$

$f(x) = -0{,}5\ x^2 - 17$

$f(x) = 4{,}3\ (x + 12)^2 - 7$

$f(x) = -2{,}2\ (x + 2{,}2)^2$